2026年度

（科目名）多変数関数の解析	担当教員：佐藤　隆雄	2単位

設　　題

次のページに示した問題を解いてください．

作成方法は、「筆記のみ」とします．	
筆　　記	筆記用具：特に指定しません． 用　　紙：コピー用紙など（無地）
文字数等	特に指定しません．
注意事項	問題をよく読み，考え方，解答に至る式展開の過程，図を書いてください．答えだけの問題は添削しません． 解答用紙は計算用紙ではありません．解答を書く際は論理的に，かつ，見やすさを心がけてください．
そ の 他	

多変数関数の解析　レポート課題

注意事項

- 下記の8問全てに解答してください．白紙の問題がある場合は不合格とします．
- レポートは手書きのみ採点対象とします．ワードファイルで提出した場合は添削しません．
- 考え方や解答に至る式展開の過程を過不足なく示してください．答えだけの問題は添削しません．具体的な計算は別紙で行い，提出レポートに含める必要はありません．
- 提出レポートの内容が他の学生と同一，あるいは，ChatGPTを始めとする生成系AIの出力と同一と判断できる場合は，程度の大小に関わらず不合格とします．

1. $(x,y)\to(0,0)$のとき，次の2変数関数$f(x,y)$の極限を求めよ．但し，極限が存在しない場合はその理由を示せ．
   (1) $f(x,y)=\frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$
   (2) $f(x,y)=\frac{x^2+7y^3+2y^2}{5x^2+y^2}$

2. $\boldsymbol{R}^2$で定義された関数$f(x,y)$は，$(x,y)\neq(0,0)$に対して，
$$f(x,y)=\frac{log(1+x^2+y^2)}{1-e^{-(x^2+y^2)}}$$
   で定義されている．$f(x,y)$が原点で連続となるように，$f(0,0)$の値を求めよ．

3. 次の関数$f(x,y)$に対し，$\frac{\partial f}{\partial x}$，$\frac{\partial f}{\partial y}$，$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$，$\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$，$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$を求めよ．
   (1) $f(x,y)=sin(xy)$
   (2) $f(x,y)=tan^{-1}\frac{x}{y}$

4. 全微分可能な関数$g(x,y,z)$と関数$f(rsin\theta cos\phi, rsin\theta sin\phi, rcos\theta)$の合成関数$w=(g\circ f)(r,\theta,\phi)$を考える．$r\neq 0$のとき，
$$\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2=\left(\frac{\partial w}{\partial r}\right)^2+\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial w}{\partial \theta}\right)^2+\frac{1}{r^2sin^2\theta}\left(\frac{\partial w}{\partial \phi}\right)^2$$
   が成り立つことを示せ．

5. 球面$x^2+y^2+z^2=a^2$の上で$f(x,y,z)=2x+5y-3z$が最大および最小となる点をラグランジュの未定乗数を用いて求めよ．但し，aは正の実数とする．

6. 次の重積分を計算せよ．有界集合$D\subset\boldsymbol{R}^2$も図示すること．
   (1) $\iint_D xydxdy\,, D=\{(x,y)\mid y\geq x^2, x\geq y^2\}$
   (2) $\iint_D \sqrt[4]{1-x^2-y^2}dxdy\,, D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leq 1\}$

7. 次の式で表現される曲線によって囲まれる面積を求めよ．曲線と囲まれる部分も図示すること．ヒント：まず，2次元極座標(r,θ)に変換して図を描く．
   (1) $x^3-3axy+y^3=0\ (a>0)$
   (2) $(x^2+y^2)^2-2a^2(x^2-y^2)=0\ (a>0)$

8. 次の広義積分を計算せよ．また，図を用いてそれぞれの式が意味することを説明せよ．
   (1) $\frac{1}{\sqrt{2\pi v}}\int_{-\infty}^{\infty}xe^{-\frac{(x-m)^2}{2v}}dx$
   (2) $\frac{1}{\sqrt{2\pi v}}\int_{-\infty}^{\infty}(x-m)^2e^{-\frac{(x-m)^2}{2v}}dx$