

		一変数の積分法	担当教員：松 井 伸 也	2 単位
設 題		次のページからの問題を解いて下さい。この表紙は印刷する必要はありません。		
作成方法は「筆記」のみ				
筆 記	筆記用具：特に指定しない			
	用 紙：コピー用紙等（無地）			
注意事項	必要な計算・説明を書いて下さい。答えだけの問題は添削できません。 解答用紙は計算用紙ではありません。分かりやすい記述に心がけて下さい。			

1 変数の積分法レポート課題（担当 松井伸也）

- 課題は番号順に解き，指示がない限り説明と計算を書いて下さい．未解答問題は「解けません」として下さい．レポートは，手書で作成し提出をして下さい．文字が小さい，薄いなど判読が難しい，斜めから撮ったレポートなどは添削できない場合があります．ワープロ等を使って作成したレポートは「不合格」とします．なお教科書は「学習用プリント」です．
- 教科書に記述されている原始関数は使って構いません．教科書に記述のない原始関数は，原始関数であることを証明してから使って下さい．また教科書で使用していない関数については，その定義を与えて下さい．定義がない場合は，定義が不明確なので添削・評価が出来ません．
- 積分の計算を与えるオンラインサービス等では，特異な表現，教科書とは異なる記号の表記が使われています．このサービスを使ったレポートは添削・評価しないことがあります．

(1) $\frac{x+19}{6x^2+19x+10}$ を部分分数分解して下さい．

- (2) (1) の結果を利用し，次の等号を満たす定数 a, b, c, d を求めて下さい．

$$\int_0^1 \frac{x+19}{6x^2+19x+10} dx = a \log 2 + b \log 3 + c \log 5 + d \log 7$$

- (3) $\cos^3 x$ の導関数 $(\cos^3 x)'$ の計算を明記し， $\cos^4 x = \cos^3 x \times \cos x = \cos^3 x \times (\sin x)'$ と部分積分の公式を利用して， $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^4 x dx$ を計算して下さい．教科書 第 9 章「部分積分 例 4」が参考になります．

- (4) $\int_0^{\pi/2} \frac{1}{2+\sin x} dx$ を $t = \tan \frac{x}{2}$ と変数変換（置換）して計算して下さい．教科書 12 章 12.2 が参考になります．

- (5) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+2x+3}} dx$ を $\sqrt{x^2+2x+3} = t - x$ という変数変換（置換積分）で計算します．教科書 第 12 章 が参考になります．

(5 i) x を t の式で表し， $\frac{dx}{dt}$ を計算して下さい．計算と説明を必ず書いて下さい．

(5 ii) t の範囲を求めて下さい．計算と説明を必ず書いて下さい．

(5 iii) $\frac{x}{\sqrt{x^2+2x+3}} \times \frac{dx}{dt}$ を t の式で表して下さい．計算と説明を必ず書いて下さい．

(5 iv) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+2x+3}} dx$ を計算して下さい． $u = t + 1$ において計算して下さい．

- (6) 関数 $\frac{1}{\sqrt{1-x}}$ は $x = 1$ で定義されず， $0 \leq x < 1$ で連続ですから，積分 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx$ は広義積分です．次の計算を見て下さい．

$t = 1 - x$ とおきます.

- $x = 0$ のとき $t = 1$, $x = 1$ のとき $t = 0$ です.
- $\frac{dt}{dx} = (1 - x)' = -1$ ですから $dx = -dt$ です.
- $\frac{1}{\sqrt{1-x}} = \frac{1}{\sqrt{t}}$ です.

よって $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx = \int_1^0 \frac{1}{\sqrt{t}} \times (-1)dt$ ですが, $0 \leq t \leq 1$ での $\frac{1}{\sqrt{t}}$ の原始関数は $2\sqrt{t}$ ですから

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx = \int_1^0 \frac{1}{\sqrt{t}} \times (-1)dt = -2\sqrt{t} \Big|_{t=1}^{t=0} = -2(\sqrt{0} - \sqrt{1}) = 2$$

です.

以上は正しい計算ではありません. 正しくない理由を教科書の定理を使い説明して下さい.
さらに正しい計算を与えて下さい.