

		一変数の微分法	担当教員：松 井 伸 也	2 単位
設 題		次のページからの問題を解いて下さい。この表紙は印刷する必要はありません。		
作成方法は「筆記」のみ				
筆 記	筆記用具：特に指定しない			
	用 紙：コピー用紙等（無地）			
注意事項	必要な計算・説明を書いて下さい。答えだけの問題は添削できません。 解答用紙は計算用紙ではありません。分かりやすい記述に心がけて下さい。			

1 変数の微分法レポート課題（担当 松井伸也）

課題は番号順に解き、指示がない限り計算と日本語による説明を書いて下さい。未解答問題は「解けません」として下さい。レポートは、手書で作成し提出をして下さい。複数の用紙を1枚の画像としたレポート、文字が小さいなどの判読が難しいレポート、斜めから撮ったレポートなどは添削できない場合があります。ワープロ等を使って作成したレポートは「不合格」とします。なお教科書は「学習用プリント」です。

計算を与えるオンラインサービス、AI等では、特異な表現、教科書とは異なる記号の表記が使われています。このサービスを使ったレポートは添削・評価しないことがあります。

- $f(x) = (2x - 1)^3(x + 2)$ とおきます。
 - (1) 1階導関数 $f'(x)$ と2階導関数 $f''(x)$ を計算し、共に因数分解して下さい。
 - (2) グラフ $y = f(x)$ の増減表を書いて下さい。なお、 $f'(x) = 0$ となる x が存在する場合は、その x に対する y の値を増減表に記入して下さい。
 - (3) グラフ $y = f(x)$ の凸性の表を書いて下さい。なお、 $f''(x) = 0$ となる x が存在する場合は、その x に対する y の値を凸性の表に記入して下さい。「凸性の表」に関しては教科書に記述があります。
- $g(x) = \log(x^2 + 2x + 2)$ とおきます。
 - (4) 1階導関数 $g'(x)$ と2階導関数 $g''(x)$ を計算して下さい。
 - (5) グラフ $y = g(x)$ の増減表を書いて下さい。なお、 $g'(x) = 0$ となる x が存在する場合は、その x に対する y の値を増減表に記入して下さい。
 - (6) グラフ $y = g(x)$ の凸性の表を書いて下さい。なお、 $g''(x) = 0$ となる x が存在する場合は、その x に対する y の値を凸性の表に記入して下さい。
- $f(x) = (x + 1)\sqrt{x^2 + 1}$ とおきます。
 - (7) 導関数 $f^{(1)}(x)$, $f^{(2)}(x)$, $f^{(3)}(x)$ を計算して下さい。
 - (8) $f^{(1)}(0)$, $f^{(2)}(0)$, $f^{(3)}(0)$, $f^{(3)}(\theta x)$ を計算して下さい。
 - (9 i) $\frac{f^{(3)}(\theta x)}{3!}$ が剰余項である $f(x)$ のマクローリン (Maclaurin) 展開を求めて下さい。なお教科書を参考に θ がどのような量であるかを明記し、剰余項を具体的に書いて下さい。
 - (9 ii) $o(x^3)$ as $x \rightarrow 0$ の項までの $f(x)$ の漸近展開を求めて下さい。なお o は「小文字のオー」です。
- $f(x) = x^4$ とおきます。
 - (10 i) 任意の実数 h に対し定義された関数 $F(h)$ が、 $0 < F(h) < 1$ を満たすと仮定します。このとき、任意の自然数 m と n に対して、 $\lim_{h \rightarrow 0} (F(h))^m h^n = 0$ を満たすことを証明して下さい。
 - (10 ii) $a \neq 0$, $h \neq 0$ とします。平均値の定理 $f(a + h) = f(a) + hf'(a + \theta h)$ を満たす θ ($0 < \theta < 1$) が存在します。このとき $\theta = \frac{1}{2} + \frac{h}{3a} + \frac{h^2}{12a^2} - \frac{\theta^2 h}{a} - \frac{\theta^3 h^2}{3a^2}$ を証明し、 $\lim_{h \rightarrow 0} \theta$ を計算して下さい。