

	応用数学	担当教員：笹山智司	2単位
設 題	次ページの問題を解くこと。		
筆 記	作成方法は「筆記」のみ		
文字数等	筆記用具：特に指定しない 用 紙：特に指定しない（A4判） 文字数の制限はしない		

次の問題を解いてください。(問題を解答に写す必要はありません。)

* 計算過程を省略せずに解答してください。答えのみの場合は、採点出来ません。

1. 微分方程式 $y'''(x) - 4y'(x) = 0$ に対して、次に答えてください。

(1) $y(x) = A + Be^{2x} + Ce^{-2x}$ が、解であることを示してください。ただし、 A, B, C は定数とします。

(2) $y(0) = 2, y'(0) = -10, y''(0) = 4$ となるとき、(1) の定数 A, B, C を求めてください。

2. 次の常微分方程式を解いてください。

(1) $y' = 2xy(y - 1)$

(2) $y' + 2y = y^2$

(3) $y' = \frac{1 - 2y - 4x}{1 + y + 2x}$

(4) $y' - 2y = x^3y^3$

3. $y^{(i)}(x)$ を、関数 $y(x)$ を x で i 回微分したものとします。 n を自然数とし、各 a_i は実数定数とします。方程式

$$y^{(n)}(x) + a_1y^{(n-1)}(x) + a_2y^{(n-2)}(x) + \cdots + a_{n-1}y^{(1)}(x) + a_ny(x) = f(x)$$

に対して、解を $u(x), v(x)$ とします。次に答えてください。

(1) $f(x) \equiv 0$ (定数関数でその値が 0 という意味です。) のとき、 A, B を定数として、関数 $Y(x) = Au(x) + Bv(x)$ も解になることを示してください。

(2) $f(x) \equiv 1$ のとき、(1) の $Y(x)$ は、解になりますか?

4. 初期値問題

$$\begin{cases} y' = \sqrt{|y|} & t > 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

の解の一意性について論じてください。