

集合と位相

担当教員：笹山智司

2単位

設 題

次ページの問題を解くこと。

作成方法は「筆記」のみ

筆 記

筆記用具：特に指定しない

用 紙：特に指定しない（A4判）

文字数等

文字数の制限はしない

次の問題を解いてください。問題を解答に写す必要はありません。

* 計算過程を省略せずに解答してください。答えのみの場合は、採点できません。

断りがない限り、 A, B, C は集合、 a, b, c は元とします。

1. $A \subset B \Leftrightarrow A = A \cup B$ を示してください。

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

2. 写像 $\cup \cup$ について、次を求めてください。

$$x \mapsto x^2$$

(1) $A = [-1, 2]$ のとき、 $f(A)$

(2) $B = [-1, 4]$ のとき、 $f^{-1}(B)$

(3) f は単射でないことを示してください。

(4) f は全射でないことを示してください。

3. 関係 $R = \{(n_1, n_2) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \mid n_2 = n_1 + 1\}$ とします。 R は \mathbb{Z} 上同値関係でないことを示してください。

4. 集合 $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| < 1, |y| < 1\}$ が開集合であることを示してください。

5. 数列 $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ が収束列であるとき、有界であることを示してください。ただし、教科書巻末の解答をそのまま写しても解答になるとは限りません。

6. 集合 $A = \{a\}$ に距離関数 d を定義してください。

7. 教科書 P149 例題 19.1 を証明してください。ただし、教科書の記載内容をそのまま書き写しても解答になるとは限りません。