

## ベクトル空間と線形写像

担当教員：森山洋一

2単位

## 設 題

次の【I】～【IV】に解答しなさい。解答は専用の解答用紙に記入して提出しなさい。  
 ※ 計算過程を簡明に記入する事。結果だけの場合や判読不能の場合は採点しません。

【I】空間  $\mathbb{R}^3$  内の 3 点  $A(-4, 2, -1)$ ,  $B(2, -1, 2)$ ,  $C(-1, -3, 3)$  について、次の問いに答えなさい。

- (1)  $\overline{AB}$  と  $\overline{AC}$  の内積  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$  を求めなさい。
- (2) 線分  $AB$  と線分  $AC$  のなす角  $\theta$  を求めなさい。
- (3) 三角形  $ABC$  の面積を求めなさい。

【II】座標空間内の 3 点  $A(-3, 2, -4)$ ,  $B(1, -1, 1)$ ,  $C(-4, 4, -5)$  に対して、有向線分  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  の定める数ベクトルをそれぞれ  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  とおく。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 外積  $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$  を求めなさい。
- (2)  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  に垂直な単位ベクトルを求めなさい。
- (3) 三角形  $ABC$  の面積を求めなさい。

【III】次の行列  $A$  から定まる  $\mathbb{R}^2$  の線形変換  $T_A$  と基底  $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$  について、下の問いに答えなさい。

$$A = \begin{bmatrix} 14 & -3 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} ; \mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \frac{3}{\sqrt{10}} \end{bmatrix}, \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{3}{\sqrt{10}} \\ \frac{1}{\sqrt{10}} \end{bmatrix}$$

- (1) 基底  $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$  は正規直交基底であることを示しなさい。
- (2) 基底  $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$  に関する  $T_A$  の表現行列を求めなさい。
- (3) ベクトル  $\mathbf{a} = 14\mathbf{b}_1 + 4\mathbf{b}_2$  の像  $T_A(\mathbf{a})$  について、基底  $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$  に関する成分表示を求めなさい。

【IV】平面上の点  $P$  を、点  $A(-2, 3)$  を中心として角  $\theta$  だけ回転させるたときに移る点を  $Q$  とおく。次の場合に点  $Q$  の座標を求めなさい。

- (1)  $P = (2, 1)$  で、 $\theta = 60^\circ (\pi/3)$ .
- (2)  $P = (-7, 6)$  で、 $\theta = 135^\circ (3\pi/4)$ .



作成方法は「筆記」のみ

筆 記

筆記用具：鉛筆・シャープペンシル

用 紙：レポート課題集別冊の専用解答用紙を使用すること

注意事項

計算過程を簡明に記入すること。結果だけの場合や判読不能の場合は採点しません。

そ の 他